

Title	Lie群ノ 1-parameter ノ部分群ガ differentiableナル事ノ一証明
Author(s)	小平, 邦彦
Citation	全国紙上数学談話会. 197 p.199-p.200
Issue Date	1940-05-18
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74789
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

859. Lie 群, 1-parameter, 部分群が
differentiable + ル事, 一証明

小平 邦彦

Of Lie 群, x, y etc. γ の元とし, x の座標を
(x^1, \dots, x^n)

トスル. x ト y の積ヲ現ハス函数ヲ

$$(xy)^j = f^j(x, y)$$

トスレバ, $f^j(x, y)$ ハ連続的の可微分デアル。従ッテ

$$g_{x^k}^j(x, y) = \frac{1}{x^k} \left\{ f^j(0, \dots, 0, x^k, x^{k+1}, \dots, x^n, y) \right. \\ \left. - f^j(0, \dots, 0, x^{k+1}, \dots, x^n, y) \right\}$$

トオケバ

$$g_{x^k}^j(x, y) = \frac{\partial f^j}{\partial x^k}(0, \dots, 0, \theta x^k, x^{k+1}, \dots, x^n, y)$$

$$(0 \leq \theta \leq 1)$$

ハ有界デアッテ, $\frac{\partial f^j}{\partial x^k}$ の連続性カラ, $g_{x^k}^j(x, y)$ モ連続ナル事が分ル。

明ラカニ

$$(1) \quad f^j(x, y) - y^j = f^j(x, y) - f^j(0, y) = \sum_{k=1}^n x^k g_{x^k}^j(x, y)$$

$$x(t) \quad (-t_0 < t < t_0)$$

ヲ 1-parameter の連続 + 部分群トスル。(1) =
ヨッテ

$$\begin{aligned}
 x^j(t+s) - x^j(s) &= f^j(x(t), x(s)) - x^j(s) \\
 &= \sum_{k=1}^n x^k(t) g_k^j(x(t), x(s))
 \end{aligned}$$

(1) = 於て $y = 0$ とおけば

$$g_k^j(x, 0) = \delta_k^j$$

ナルコトが分ル。故に g_k^j は連続，従って一様連続ナル

$$g_k^j(x, y) = \delta_k^j + h_k^j(x, y)$$

とおけば， $h_k^j(x, y)$ は $y \rightarrow 0$ のとき一様 $\rightarrow 0$ となる。
コレヲ用ヒテ上ノ式ヲ書ケバ

$$x^j(t+s) - x^j(s) = x^j(t) + \sum_{k=1}^n x^k(t) h_k^j(x(t), x(s))$$

コレヲ $S = \tau$ として積分シテ

$$\int_0^\varepsilon x^j(t+s) dS - \int_0^\varepsilon x^j(s) dS$$

$$= \varepsilon x^j(t) + \sum_{k=1}^n x^k(t) \int_0^\varepsilon h_k^j(x(t), x(s)) dS$$

$$\int_0^\varepsilon x^j(t+s) dS = \int_t^{t+\varepsilon} x^j(s) dS = \int_0^{t+\varepsilon} x^j(s) dS - \int_0^t x^j(s) dS \quad \text{トオ}$$

イテ見レバ，コノ式ハ

$$(2) \int_\varepsilon^{t+\varepsilon} x^j(s) dS - \int_0^t x^j(s) dS = \varepsilon x^j(t) + \sum_{k=1}^n x^k(t) \int_0^\varepsilon h_k^j(x(t), x(s)) dS$$

ト現ハサレル。今簡単ノため